

歯車技術の基礎知識 (2)

— 歯車の類別とインボリュート歯車 —

北 條 春 夫*

1 はじめに

歯車が、種々の場面で活用される重要な要素であることは、前回の紹介で説明したとおりである。このような歯車を設計、製造、使用するには当然それなりの知識が必要となる。ISO や JIS (2019年より日本語名称は日本工業規格から日本産業規格に変更された) に多くの規定があるものの、使いたい歯車を設計することは一般に簡単なことではなく、多くの専門的知識が必要となる。結局専門家に頼ることにもなるが、発注者や使用者としても歯車の基礎を知っておくことは、特にトラブルに遭遇したときに重要である。

そこで、歯車がかみ合うという幾何学的な視点から歯車を理解し、モジュールをはじめとする歯車独自のファクタが決められてきた訳に重きをおいてやや理屈っぽく説明を試みる。

2 歯車の類別

歯車の類別は、付図として本稿の末尾に示すので参考にしてもらいたい。

第1回で紹介した減速機に用いられていたのは、平行軸歯車と呼ばれる平歯車や、はすば歯車などと、交差軸と呼ばれるかさ歯車(ベベルギヤ)であった。遊星歯車装置は、内歯車の中に太陽歯車と遊星歯車を組み込んだ、平行軸歯車による機構と位置付けられる。内歯車は、これを用いるとコンパクトな歯車装置が実現できるので、自動車の自動変速機にも多用されている。

交差軸は文字通り軸線が完全に交わるものである。一方ハイポイドギヤは二つの軸が交差するこ

ともないねじれの関係にあつて、食い違い軸歯車と類別される。この中にはウォーム歯車も含まれる。歯車の歯面は接触領域で互いに滑るが、食い違い軸歯車はその滑りがより大きい傾向にある。

これらの歯車をひとくくりに解説するのは、著者の能力では無理である。そこで話題を「基礎」に絞り込む意味でも、平行軸歯車を中心とする。

3 インボリュート平歯車の導出

ここでは幾何学的に順を追って整理し、理解を深める。

3.1 ピッチとモジュール、歯数

図1は、歯車同士がかみ合つて回転を伝達する機構の出発点を表している。軸が平行な2円筒が外接し、滑らずに回転する。この2円筒は**ピッチ円筒**(pitch cylinder)と呼ばれ、軸心間の距離は**中心距離**(center distance)と呼ばれる。また2円筒の接触線は円筒の母線でもあり、2軸を含む平面上にある。この接触線の、軸に垂直平面との交点を**ピッチ点**(pitch point)^{*1)}と呼ぶ。

歯車として回転を伝達するときには、ピッチ円上に太線部分(歯)と細線部分(歯溝)が交互に存在して、相手の細線(歯溝)と太線(歯)にはまり合うよう運動する。このパターンがピッチ円

脚注*1) 本来はピッチ点の軸方向集合体が円筒に対する名称としてあるはずだが、筆者は知らない。また、実際の説明の大部分は軸直角断面上の話となるので、特に必要な場合を除いて、円筒ではなく、円と呼びながら話を進める。

の一周に整数対存在する。また、太線の長さ（**歯厚**）が歯溝の部分の長さ（**歯溝幅**）より短ければかみ合うことができるのは自明である。

ピッチ円周を整数分割した太線と細線一对の長さを**ピッチ**（pitch）と呼ぶ。二つの円でピッチが等しいことは歯車対として成立するための必要条件となる。ピッチを p で表し、**歯数**を z とすると、

$$z_i \times p = 2\pi r_i \quad \text{ただし } i=1, 2 \quad (1)$$

となる。ピッチは、歯車の回転伝達力に関わる歯の大きさを表す重要なパラメータの一つである。

さて歯車を設計する際に我々は通常、中心距離 a にきりの良い数値を与える。このときピッチは円周率を含むので、無理数になってしまう。このため、歯の大きさをピッチで代表させるのは表現上煩雑となる。そこで、無理数 π を外してピッチに対応する値を表すことにし、

$$m \equiv \frac{p}{\pi} \quad (2)$$

と定義する。これが**モジュール**である。モジュールは長さの次元を持ち、[mm] を単位として表す。

結局、モジュールが等しい歯車同士はかみ合う。しかし滑らかな回転が保証されないので、歯形を定めなければならない。よく知られているように、インボリュート（歯形）歯車が多用される。

これ以外にはサイクロイド（歯形）歯車や、円弧（歯形）歯車、ピン歯車などが存在する。サイ

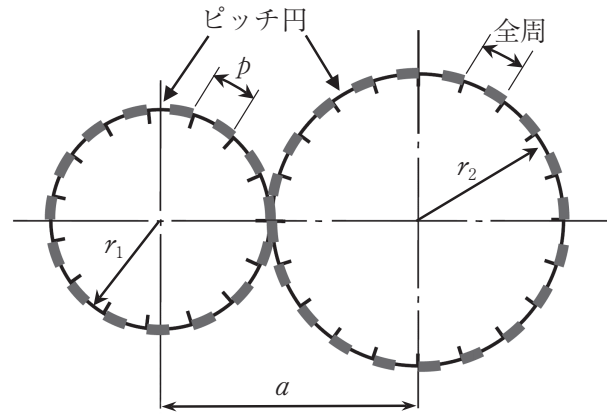


図1 ピッチ円をかみ合う歯車の概念図

クロイド歯車は時計の歯車に用いられる程度であり、ほか種類の歯車も活用事例は少ない。

その理由の一つは、インボリュート歯車は中心距離が変化しても滑らかに回転する（回転速度伝達に変動がない）ことである。サイクロイド歯車は、中心距離が設定値からずれると滑らかな回転とならず、いわゆる回転伝達誤差が発生する。

3.2 インボリュート歯形

インボリュートは、円筒に巻き付けた糸を引っ張りながらほどこいた時の糸の先端の軌跡である。インボリュート歯車は、図2に示すように、滑らずに転がる二つのピッチ円筒の端面に、これらより小さい円筒を取付け、その円筒間に平ベルトをS字状にかけて、滑りが生じないようにベルトを引くモデルで説明できる。

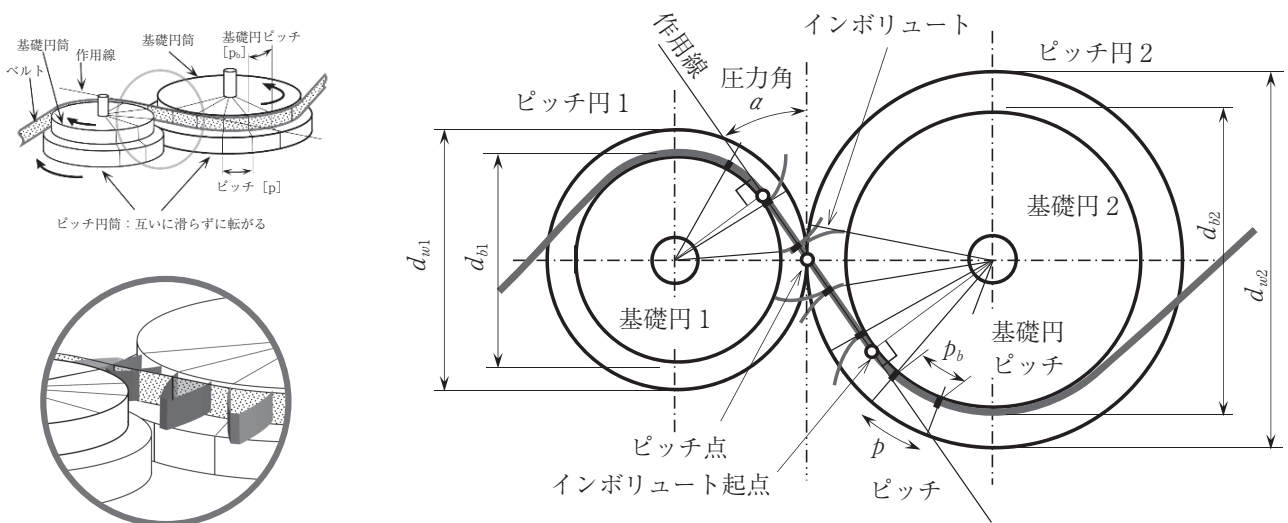


図2 ベルトとベルト車によるインボリュート歯車の概念

ベルトの1点に印をつけて、その点の軌跡をそれぞれの円筒の上から観れば、インボリュート歯形となる。なお、ベルトは張力で力を伝えるのに対し、歯車はこの点の位置で互いに接する歯が圧縮力で力を伝える。そして歯の共通接線はベルトに垂直になる。このとき、ベルトをかけた二つの円筒が**基礎円筒** (base cylinder) であり、歯の大きさと形を決定する基礎の寸法を与える。

二つの基礎円筒を結ぶベルトの直線部分を作用線と呼び、この直線とピッチ円の共通接線となす角(鋭角)を**圧力角** α と呼ぶ。回転が円滑に継続するためには、このベルトの上に等間隔に歯面が存在しなければならない。この間隔が**基礎円ピッチ** p_b (法線ピッチともいう) である。

歯車中心、ピッチ点、作用線の起点(作用線と基礎円の接点)で構成される三角形から、圧力角は次式で関係づけられる。

$$\frac{d_{b1}}{d_1} = \frac{d_{b2}}{d_2} = \cos \alpha \quad (3)$$

また、

$$p_b = \pi m \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

式(3)から、ピッチ円直径を変えずに二つの基礎円直径を同じ倍率で小さくすれば、圧力角が大きくなって基礎円ピッチは短くなるが、回転伝達は成立する。一方、基礎円の直径を変えずにピッチ円直径を等比で変更すると、中心距離と圧力角が変わるが、基礎円ピッチは変わらない。回転速度比も変化しない。

結局、中心距離を定めてから、歯数比により二つのピッチ円直径とモジュールが決まっても、基礎円直径と圧力角の組み合わせは無数に存在する。すなわち圧力角を一つには定められないのである。

そこで、歯車の設計・製造の観点から以下に示すように、規格化することは必定となる。

脚注*2) 英語の直訳は「標準の基本ラック形状」となるが、JIS規格ではBasicを「基準」と訳して「標準基準ラック歯形」としている。

3.3 設計・製作の基本となるインボリュート歯車

そこで、標準的な歯車をまず規定する必要がある。このために標準基準ラック歯形 (standard basic rack profile)^{*2)} が JIS B 1701-1 (ISO 53) によって導入される。

実際の歯車は、これを元に**図3**の流れに沿って造られることになるが、ここからは、図の逆順で説明してゆくことで理解を深める。

3.3.1 遊びなくかみ合うインボリュート歯車対

図4は、3.3.3で説明する標準基準ラックを参照して造られた二つのインボリュート歯車が遊びなくかみ合っている状態を表している。

二つの歯車において、この時のピッチ円を**基準円** (reference circle) と呼ぶ。基準円は円周上で歯厚と歯溝の幅が等しくなるように定められ、正転・逆転の2方向に回転できる。基準円から歯先円までの半径方向の長さ(**歯末のたけ**)がそれぞれ1モジュールある。また、歯先と相手の歯底の間には**頂げき**と呼ぶすき間が半径方向に0.25モジュールある。その結果、**歯元のたけ**は1.25モジュールとなる。この歯車は、x=0歯車(転位がゼロの歯車の意、旧呼称は標準歯車)と呼ばれる。

加えて図には、両方の歯車に共通にかみ合う仮想のラックが破線で描かれている。ラックのピッチ線はラックの形状を定義するデータム線である。そしてデータム線と歯面の法線のなす角がラックの圧力角であり、かみ合っている歯車の基準円における圧力角に等しい。

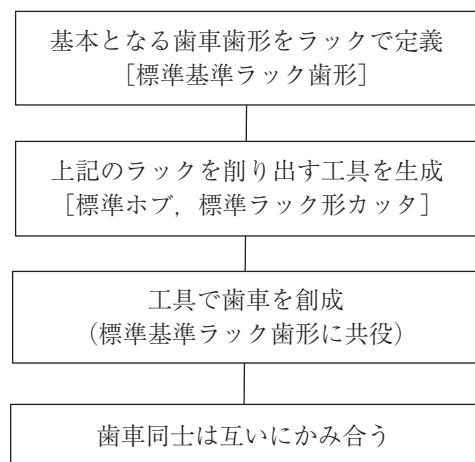
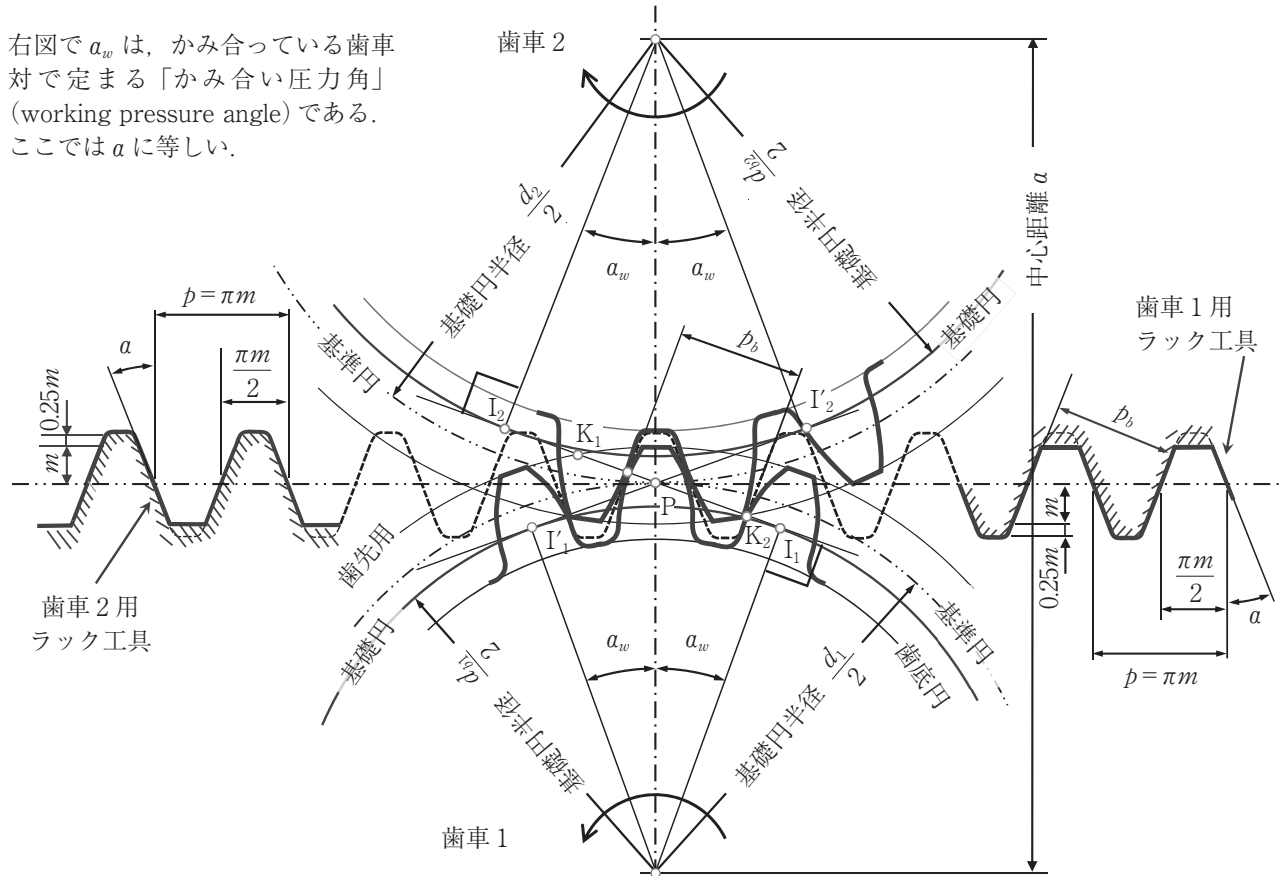


図3 規格に基づく歯車の歯の製作手順



右図で α_w は、かみ合っている歯車対で定まる「かみ合い圧力角」(working pressure angle)である。ここでは α に等しい。

図4 基本となるインボリュート歯車のかみ合い

この仮想のラックは、上下、左右に対称形状であるので、この歯面を持つ実体のあるラックを製作すれば、両方の歯車の歯面を創成 (generation) することができる。このとき、歯車1とラック、歯車2とラック、歯車1と歯車2は、互いに共役であるといわれる。

3.3.2 ラック形工具

実際にそれぞれの歯車を創る工具は、図の両端部に示したとおりで、全く同一となる。この工具は、歯車の歯数によらず、その歯面、歯先面、歯底面すべてを創成する (削りだす) ことができる。

3.3.3 標準基準ラック歯形

以上のように、かみ合う1対の歯車は単一の工具で創成できるので、工具にすき間なくはまり合うラック形状を、すべての歯車の歯形を規定するマスタとするのが妥当である。そこで JIS B 1701-1, -2で標準基準ラック歯形 (図5) およびモジュールの値を定義している。規格では圧力角は

20°とし、モジュールで基準化した各種寸法とが規定されている。標準基準ラックのピッチ線がデータム線となっている。

なお、サイクロイド歯車においても同様に仮想歯車をかみ合わせることはできるが、ラック歯形に上下の対称性はないので、それぞれの工具を別々に造らなければならない、かつ歯数にも依存する。

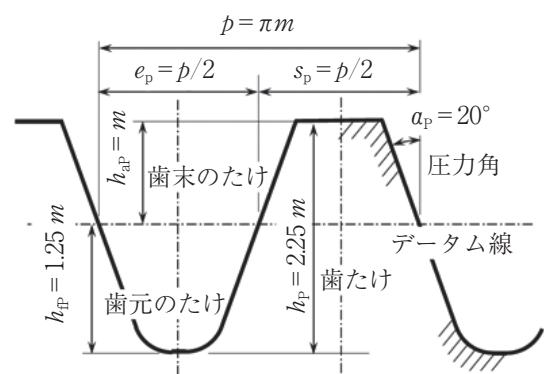


図5 標準基準ラック形状概要

4 実際の工具と創成される歯車

4.1 ラック形カッタとホブカッタ

現実の工具の例を図6に示す。上図はラック形カッタで、紙面に垂直に往復動を繰り返しながら、歯車素材とかみ合い運動を続け、歯車を創成する。この歯形を円筒上にねじ山のように投影すると、下図のホブとなる。ホブの軸を傾けて回転させると、ラック断面が軸方向に移動して歯面を創成する（一般に歯切りと呼ばれる）。

工具の歯形は標準基準ラック歯形にぴったりとはまり合うカウンターラック（counterpart rack）形状ではなく、工具の歯底面と標準基準ラック歯先面との間にすき間（頂げき）がある。この形状はJIS B 4350に規定されていて、歯車の歯先面を削り取って仕上げることはない。

このようにする理由は、歯車の歯先面は、成形された歯車素材の外周表面で十分だからである。そのうえ加工時の負荷や振動を抑制できるし、歯先面全周に溝を加工して、歯車を区別できる利点もある。

4.2 歯切りされた歯車

図7は、歯車の歯数が著しく少ない場合（ $z=9$ ）について、同一のカッタで創成した歯車断面を表している。aはデータム線が基準円と接している場合であり、b及びcはラックを順次歯車か

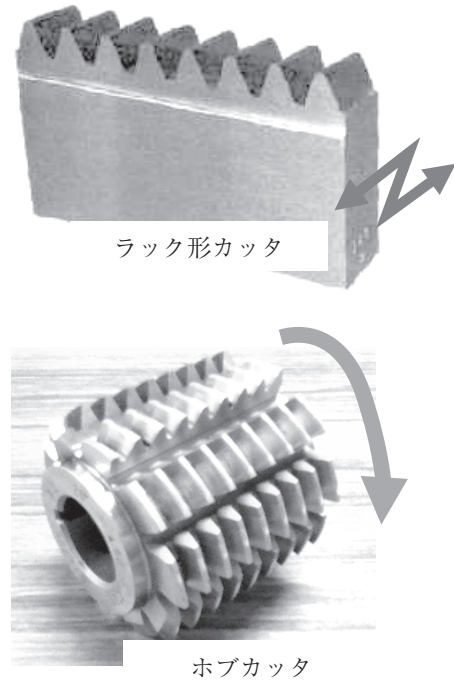


図6 ラック形カッタとホブカッタ

ら遠ざけた場合で、見た目異なる3通りの歯車が造られる。いずれの場合も、歯車の基準円上でラックが滑らないように運動する。

4.2.1 切下げ

図7.aでは歯元に切下げ（under cut）が起きている。切下げは、ラック形工具の歯先が干渉して歯車の歯元をえぐり取るもので、その発生理由の概略は以下の通りである。

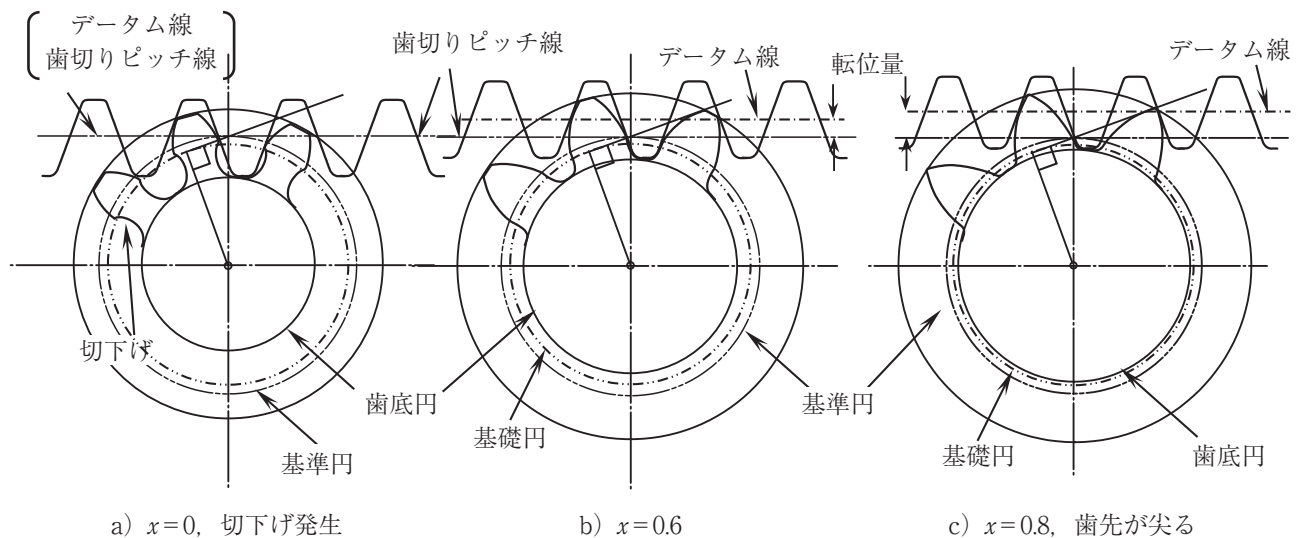


図7 同一のラック形工具で作られた転位歯車群。歯数9枚、基準円、基礎円の直径は同一

標準基準ラック歯形が規定されているので、工具の歯形に変更はない。この基準ラックを参照したラック形工具により少歯数の歯車を創成するとき、基準円半径と基礎円半径との差が1モジュールより小さくなる(式(4))。この結果、ラック形工具の歯先部分は、歯車の基礎円よりも内側のインボリュート曲線が存在し得ない部分にまで深く入り込んでしまう。この領域では、創成運動の際に工具歯面の歯先部分が歯車の歯溝部分より早く進んでこれを追い越すように運動するので、歯車の歯溝をえぐり取ってしまう。

この切下げ部分は基礎円より外側に及ぶこともある。また、ラック形工具との間では接触するが共役性はない。この歯車は、ほかの歯数の歯車とかみ合うが、切下げ部分は相手歯面と接触しないし、歯元が弱い。そこでラック工具を転位させて、全体がインボリュート歯形となって共役性のあるように、修整を図る必要がある。

4.2.2 転位

図7.b, cの歯車加工法をとることを、正の**転位**(profile shift)を与えるという。図で明らかのように、歯車の基準円に接する、データム線と平行な**歯切りピッチ線**が描けるので、歯車とラックとの距離を変えても、ラックと転がり運動をする

歯車が創成できるわけである。このときデータム線の移動量を**転位量**と呼び、歯車は**転位歯車**と呼ばれる。また**転位係数** x を用いて、

$$\text{転位量} = xm \quad (6)$$

と定義される。転位係数を大きくとった図7.cにおいてはラックの両側の歯元歯面により削り取られた歯先は尖り、歯先円直径が小さくなっているのが分かる。

4.3 バックラッシ

現実には、**図8**のように遊びのない条件で歯車を運転することはない。製造上の誤差や熱膨張に起因して相手の歯と干渉し合うからである。これを防ぐためと、組み立て性、歯面の円滑な潤滑のために必須のこととして、遊び、すなわち**バックラッシ**(backlash)を与える。バックラッシ量は、ピッチ円周上でのすき間の長さとして定義される。バックラッシを与えるためには以下のような対処がある。

- 1) 中心距離は変えずに、歯厚を薄くする。
 - i) 負の転位を与える。
 - ii) 工具の歯厚を厚くする。
- 2) 中心距離を伸ばす。かみ合い圧力角は少し大きくなりピッチ円直径も大きくなる。

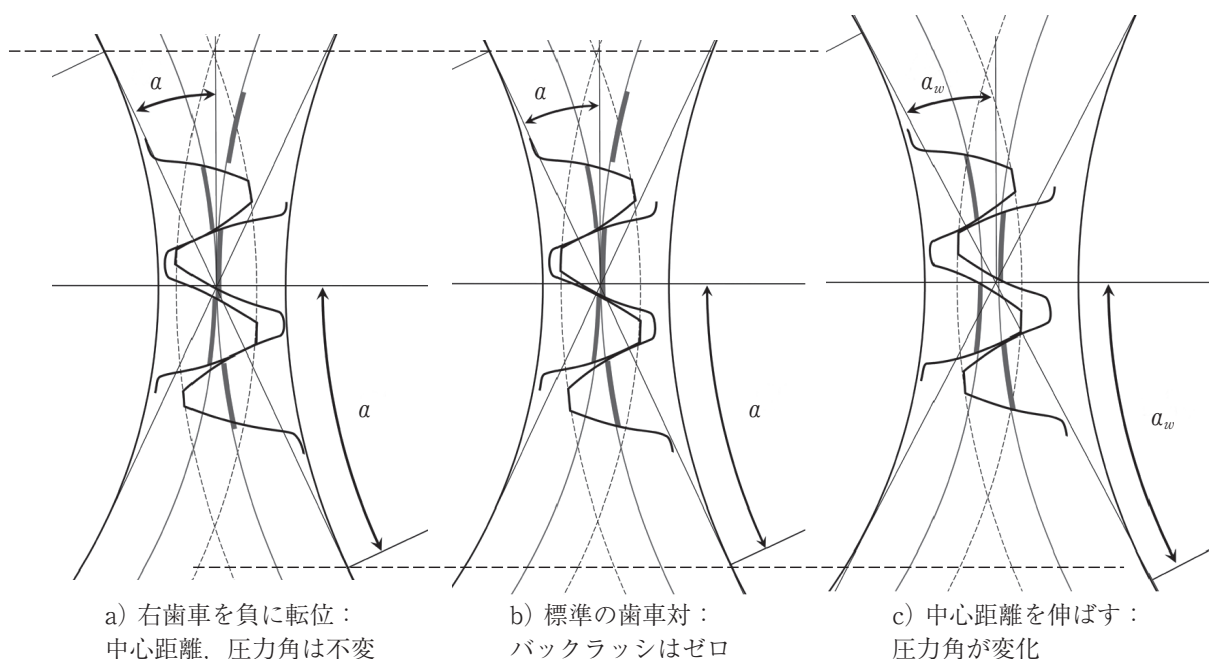


図8 インボリュート歯車のバックラッシの与え方

5 まとめ

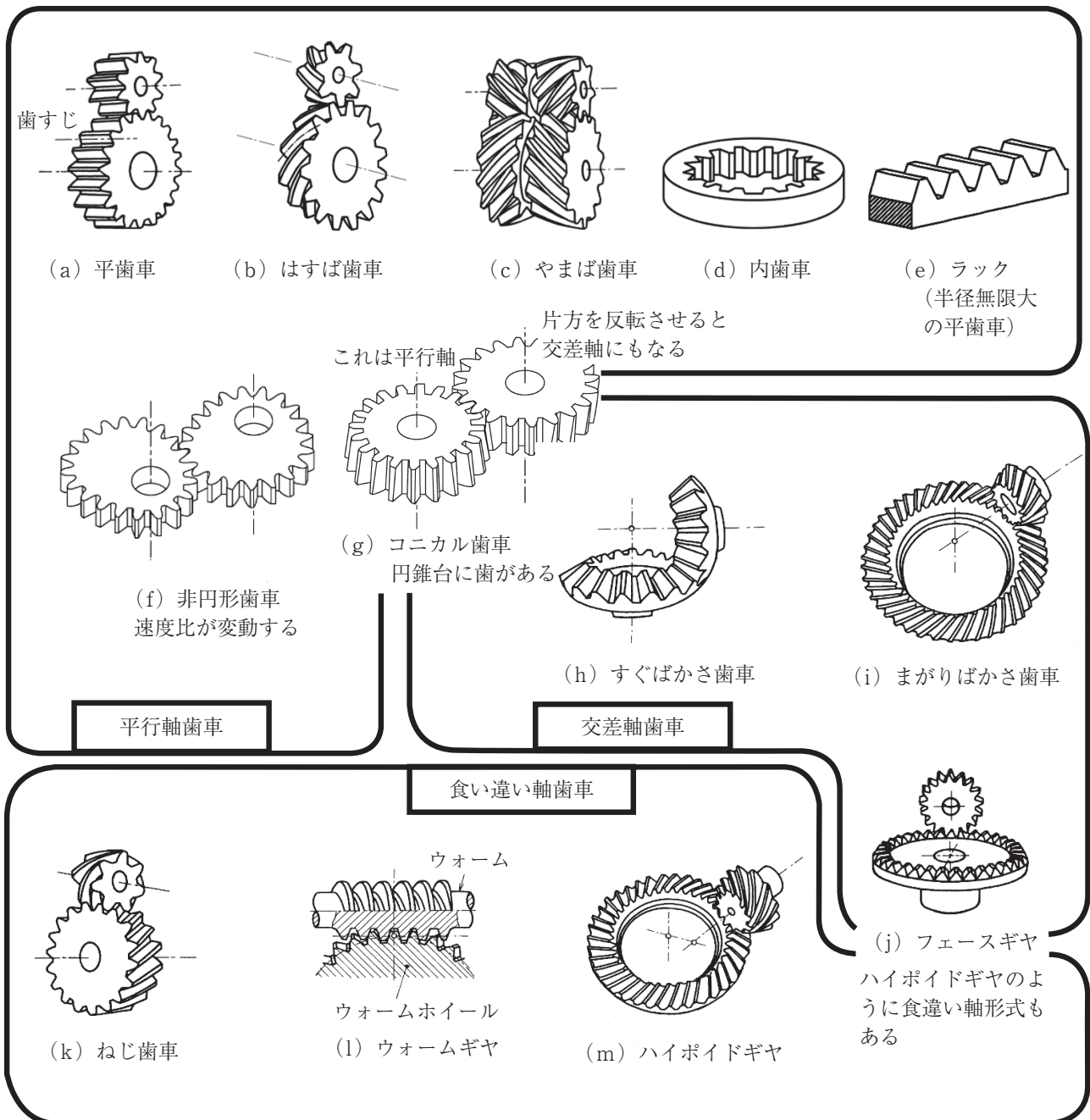
以上、インボリュート歯車が創成される基礎をまとめた。切下げ限界やバックラッシなどを数式で表現することもできるが、「基礎」においてこれは無用と思う。次回では幾何学的考察をもう少し深め、はすば歯車にまで言及する。

参考文献

1) JIS B 0102-1 : 2013歯車用語—第1部：幾何形

状に関する定義

- 2) JIS B 1701-1 : 2012 (ISO53 : 1998) 第1部, 同-2 : 2017第2部 円筒歯車—インボリュート歯車歯形
- 3) JIS B 4350 : 2002 歯切工具—歯形及び寸法
- 4) 日本機械学会編 JSME テキストシリーズ「機械要素設計」2017, 丸善
- 5) 日本機械学会編：機械工学便覧 デザイン編β-4, 2005, 丸善
- 6) 日本歯車工業会編：新歯車便覧, 1990



付図 歯車の分類概要